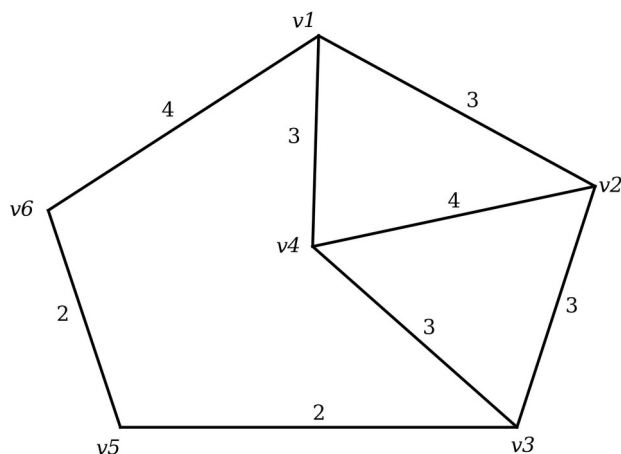


Dijkstra 最短路径与消防站选址

1、某县所辖的 6 个乡镇及乡镇之间的路网如图，（1）使用 Dijkstra 算法（标号法）计算乡镇 1（v1）到其他乡镇的最短距离（要求写出详细步骤）

（2）该县要在 6 个乡镇之一修建一个消防站，为 6 个乡镇服务，要求消防站至最远乡镇的距离达到最小。给出修建方案和理由。



（1）①对 v1 作标记，按公式计算有： $D(v2)=3$, $D(v4)=3$, $D(v6)=4$, 其他均为无穷远

取最小值 $D(v2)=3$, $D(v4)=3$, 故 v1 到 v2 的最短距离为 3, v1 到 v4 的最短距离为 3

路线为 v1-v2, v1-v4;

②对 v2 或 v4 做标记，有 $D(v3)=\min\{D(v3), d(v2,v3)+D(v2)\}=\min\{\infty, 6\}=6$

$$D(v3)=\min\{D(v3), d(v4,v3)+D(v4)\}=\min\{\infty, 6\}=6$$

$$D(v2)=\min\{D(v2), d(v4,v2)+D(v4)\}=\min\{3, 7\}=3$$

$$D(v4)=\min\{D(v4), d(v2,v4)+D(v2)\}=\min\{3, 7\}=3$$

$$D(v6)=\min\{D(v6), d(v2,v6)+D(v2)\}=\min\{4, \infty\}=4$$

$$D(v6)=\min\{D(v6), d(v4,v6)+D(v4)\}=\min\{4, \infty\}=4$$

其余均为无穷远

故由结果知，v1 到 v6 的最短距离为 4，路线为：v1-v6;

③对 v6 作标记，有 $D(v3)=\min\{D(v3), d(v6,v3)+D(v6)\}=\min\{6, \infty\}=6$

$$D(v5)=\min\{D(v5), d(v6,v5)+D(v6)\}=\min\{\infty, 6\}=6$$

故由结果知，v1 到 v3 的最短路径为 6，有两种路线 v1-v2-v3 或 v1-v4-v3

v1 到 v5 的最短路径为 6，路线为 v1-v6-v5。

(2) 为找到满足题意的修建地点则需要根据 Dijkstra 算法计算以所有点为源点到其他各点的最短距离，其中到最远点的最短距离最短的即为最合适的修建地点，以各点为源点计算最短距离结果如下：

点位	D(V2-Vn)	点位	D(V3-Vn)	点位	D(V4-Vn)	点位	D(V5-Vn)	点位	D(V6-Vn)
V1	3	V1	6	V1	3	V1	6	V1	4
V3	3	V2	3	V2	4	V2	5	V2	7
V4	4	V4	3	V3	3	V3	2	V3	10
V5	5	V5	2	V5	5	V4	5	V4	7
V6	7	V6	4	V6	7	V6	2	V5	2

v1 到最远乡镇距离为 6，到各乡镇距离总和为 22；

v2 到最远乡镇距离为 7，到各乡镇距离总和为 22；

v3 到最远乡镇距离为 6，到各乡镇距离总和为 18；

v4 到最远乡镇距离为 7，到各乡镇距离总和为 22；

v5 到最远乡镇距离为 6，到各乡镇距离总和为 20；

v6 到最远乡镇距离为 7，到各乡镇距离总和为 24；

首先比较到最远乡镇距离最小，知可选点为 v1、v3、v5，
由从总的距离可看出 v3 是最理想的消防站修建位置。